

数学問題

(令和 3 年度 国際信州学院大学国際観光学部)

【注意事項】

1. 試験時間は 120 分である。
2. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開いてはいけない。ただし、表紙はあらかじめよく読んでおくこと。
3. 問題冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所等があった場合および解答用紙が不足している場合は、手をあげて監督者に申し出ること。
4. 試験開始後、解答用紙の所定の欄に、受験番号と氏名を記入すること。
5. 回答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。解答用紙の裏面に記入してはいけない。
6. 解答用紙を切り離したり、持ち帰ってはいけない。
7. 問題冊子の中の白紙部分は下書き等に使用してよい。
8. 試験終了時刻まで退室を認めない。試験中の気分不快やトイレ等、やむを得ない場合には、手をあげて監督者を呼び指示に従うこと。
9. 試験終了後は問題冊子を持ち帰ること。

1

(30点)

机に n 個のリングが置かれている。2つのリングがなす距離の最大値が L であるとき、 L だけ離れたリングの組の数は高々 n 組であることを証明せよ。

2

(30点)

「H」「I」「K」「N」「O」「S」「U」のうちの1文字が記入されたカードが、各文字ごとに n 枚ずつある。ただし $n \geq 2$ とする。これらの入った袋からカードを元に戻さず1枚ずつ取り出し、計 m 枚を取った順に左から並べて文字列を作る。この文字列の中に「KOKUSHIN」という連続する並びが含まれる確率を $p(m, n)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $p(16, 3)$ を求めよ。
- (2) $p(8, n)$ および $p(12, n)$ を求めよ。
- (3) $n \geq 8$ のとき、 $p(n, n)$ を求めよ。

3

(30 点)

x の多項式 $P(x)$ で

$$P(x^2 + 1) = P(x)^2 + 1$$

を満たすものを全て求めよ.

4

(30 点)

xy 平面上の点とみなせるリンゴがあり, 地点 $(0, 0)$ で初速度 $\vec{v} = (v \cos \theta, v \sin \theta)$ ($v > 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) を与えてこのリンゴを投げる. リンゴの加速度が常に $\vec{a} = (0, -a)$ ($a > 0$) であるとき, リンゴの y 座標が再び 0 になるまでのリンゴの軌跡が最長となるような θ を求めよ.

5

(30 点)

xyz 空間の 4 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(-1, 0, 0)$, $D(0, -1, 0)$ と実数 $a > 4$ が与えられている.

$$PA + PB + PC + PD \leq a$$

を満たす点 P の全体がなす立体の体積を求めよ.

