

## 第 X 問

次の文章を読み，空欄に適切な式を入れよ．温度は絶対温度とする．気体定数を  $R$  とする．

(i) 物質量  $n$  のある理想気体に熱を加えると，温度が  $\Delta T$  だけ上昇したとする．

この変化が等圧変化であったとき，この間に気体が得た熱量は， $n$ ， $R$ ， $\Delta T$ ，および内部エネルギーの変化量  $\Delta U$  を用いて  $\boxed{\text{ア}}$  と表せる．

この理想気体の定積モル比熱を  $C_V$ ，定圧モル比熱を  $C_p$  とする．理想気体ごとにその内部エネルギーは温度だけで決まることに注意すると， $C_p$  と  $C_V$  の間には関係式  $\boxed{\text{イ}}$  が成り立つ．

(ii) 理想気体の状態を断熱的にごく僅かに変化させたところ，はじめ圧力  $p$ ，体積  $V$ ，温度  $T$  であったものがそれぞれ微小量  $\Delta p$ ， $\Delta V$ ， $\Delta T$  だけ変化したとする．

微小量どうしの積は他の量と比べて非常に小さくなることからこれを無視すると，状態方程式から関係式  $\boxed{\text{ウ}} = nR\Delta T$  が成り立つ．

また，熱力学第1法則から， $p\Delta V$  と内部エネルギーの変化量  $\Delta U$  の間には関係式  $\boxed{\text{エ}}$  が成り立つ．

定積モル比熱と定圧モル比熱の比  $\frac{C_p}{C_V}$  を比熱比といい， $\gamma$  で表す．関係式  $\boxed{\text{イ}}$  も踏まえると， $\gamma$ ， $p$ ， $V$ ， $\Delta p$ ， $\Delta V$  の間には関係式  $\boxed{\text{オ}}$  が成り立つ．この関係式から，断熱変化において  $pV^\gamma = (\text{一定})$  という関係式が導かれる．

(iii) 大気圧は標高が高くなると小さくなる。これは大気に働く重力の影響が大きい。単純には、深さによる水圧の変化と同様にして考察できるが、この考え方では実測値からのずれがやや大きくなる。

実測値に基づいて平均化すると、気温(絶対温度)は標高にほぼ比例して減少することがわかっている。この比例定数を  $-k$  ( $k > 0$ ) とする。標高 0 での気温が  $T_0$  のとき、標高  $h$  での気温は  $T = \boxed{\text{カ}}$  となる。このことも加味して考察してみよう。なお、空気を分子量  $M$  の理想気体とみなす。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

標高  $h$  での大気圧が  $p$  であるとする。また、ここから標高が  $\Delta h$  だけ上昇すると、大気圧は  $\Delta p$  ( $\Delta p < 0$ ) だけ変化するとする。

底面が標高  $h$  に位置する高さ  $\Delta h$ 、断面積が単位面積の気柱を仮想しよう。気柱に働く力のつり合いより、この気柱に含まれる空気の物質量は  $\Delta n = -\boxed{\text{キ}} \times \Delta p$  となる。

$\Delta h$  をごく小さくとれば、気柱に含まれる気体の圧力、温度はそれぞれ  $p$ ,  $T$  であるとみなしても差し支えない。すると、理想気体の状態方程式から  $\frac{\Delta p}{p} = -\boxed{\text{ク}} \times \frac{\Delta h}{\boxed{\text{カ}}}$  を得る。標高 0 での大気圧、気温をそれぞれ

$p_0$ ,  $T_0$  とすると、この関係式から、標高  $h$  での大気圧  $p$  は

$$p = p_0 \left( \frac{\boxed{\text{カ}}}{T_0} \right)^{\boxed{\text{ク}}}$$

と表せる。

(iv) 湿った空気(風)が山を越えるとき、風下側には暖かく乾燥した空気となって吹き下りる。この現象をフェーン現象という。これを物理的に考察してみよう。以下、山を越えていく空気の塊を「気塊」と呼ぶことにする。気塊のまわりにある空気の圧力は、(iii) の関係式に従うものとし、標高  $h$  における大気圧を  $p_h$  とする(つまり、大気圧を  $h$  の関数とみる)。以下の解答では  $\gamma$  および関数  $p_h$  を用いてよい。また、ふもとの標高は 0 とする。

山頂付近に達した気塊が山の反対側のふもとに下降するときを考えよう。空気は断熱性が高いので、下降する間の状態変化は断熱的に起こるとみなせる。すると、山頂(標高  $h$ )で気塊の温度が  $T_h$  であったとき、ふもとに下りた気塊の温度は  となる。

しかしながら、全く同様にして、気塊が山を上るときは温度が下がること言えるので、断熱変化だけでは説明として不十分である。

フェーン現象では、空気に含まれる水蒸気が重要な要素となる。

簡単のため、気塊は瞬間的・断熱的に山頂付近に上昇したとする。その直後、飽和蒸気圧を超えた分の水蒸気は水滴(雨、霧など)となり、その際放出された凝縮熱はすべて気塊に直ちに吸収されたとしよう。凝縮した水蒸気の質量は気塊の質量と比べて充分小さく、水蒸気が凝縮した後も気塊の分子量やモル比熱は不変であるとしてよい。

気塊  $1\text{mol}$  につき  $H$  の凝縮熱が水蒸気から放出され気塊に吸収されたとすると、風下側のふもとに達した気塊の温度は、風上側のふもとにあったときと比べて  だけ上昇する。