

## 第 1 問

農業では、利益を増加させる為に作業の効率化を図るのは有効な手段である。さて、りんごの収穫方法について考えよう。高地では、りんご畑が山の斜面に作られることがある。しかし、斜面上で収穫したりんごを山の麓まで運んでいくには大きな労力が必要である。そこで、山の斜面と遠心力を利用して山腹の畑から麓の集積地までりんごを投射する装置を作るとする。図 1, 2 は山の斜面を簡略化したモデルである。図 1, 2 のように、水平面となす角が  $\phi$  ( $0^\circ < \phi \leq 90^\circ$ ) のなめらかな斜面  $S$  上の点  $O$  に長さ  $L$  の細いロープを止め、ロープの先端に質量  $m$  のりんごをつける。ただし、りんごは球体とする。次に、ロープをぴんと張り、りんごが点  $O$  と同じ高さの点  $A$  に来るようにし、このりんごを静かに離すと、最下点  $B$  を通過し斜面上で運動する。斜面  $S$  と水平面との交線を  $N$  とし、直線  $OB$  上と交線  $N$  との交点を  $O'$  とする。  $OO'$  の距離は  $2L$  である。この場合のりんごの運動を考え、次の問に答えなさい。ただし、重力加速度を  $10 \text{ [m/s}^2\text{]}$  とし、  $m = 1 \text{ [kg]}$ ,  $L = 1 \text{ [m]}$ ,  $\phi = 30^\circ$  として計算しなさい。なお、必要があれば次の数値を使いなさい。

$$\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73, \sqrt{5} = 2.24, \sqrt{10} = 3.16$$

(1) 図 1 のように細いなめらかな棒が点  $O$  から下方  $\frac{L}{2}$  の距離にある  $OB$  上の点  $P$  で、この斜面と垂直に交わるように固定されている。りんごが点  $O$  の下方にある点  $B$  を通過するときの速さは   $\text{[m/s]}$  となる。りんごが点  $B$  を通過する直前のロープの張力は   $\text{[N]}$  となり、りんごが点  $B$  を通過した直後のロープの張力は   $\text{[N]}$  となる。りんごが点  $C$  に来たとき、ロープがたるんだ。  $PC$  が  $AO$  に平行な  $PP'$  となす角を  $\theta$  として、  $\sin \theta = \text{input type="text" value="エ"} \text{[N]}$  となる。

(2) 図2のように上記の棒を点 O から下方  $X$  の距離にある OB 上の点 Q に移動させて、同様のことを行ったら、OQ 上の点 D でロープの張力が 0 となった。この場合の距離  $X$  は  [m] となる。りんごが点 D に達したときにロープを切ったところ、りんごは斜面上を移動し、斜面 S と水平面との交線 N 上にあるカゴに入った。点 O' からカゴまでの水平距離を  $L'$  とすると、 $L' =$   [m] となる。



